Behindertenpädagogik, 45. Jg., Heft 1/2006, Seite 059

Klaus Rödler

Rechnen mit *konkreten Zahlen* – Neue Vorschläge für einen fördernden und differenzierenden Rechenunterricht

Rechenschwäche und Dyskalkulie sind die Oberflächensymptome eines unausgereiften inneren Zahlkonzepts. Was immer die genaue Ursache der Problematik ist: Die Struktur unserer auf dezimaler Ordnung beruhenden Zahlen wird nicht genutzt. Sie kann nicht genutzt werden, weil die Zahlen in diesem Denken abstrakt bleiben. Allenfalls bilden sie eine lange begriffliche Reihe ohne strukturierende Ordnung.

Dieses Problem ist bekannt. Unter anderem Kutzer hat auf die Folgen hingewiesen, wenn Kinder ohne klare Vorstellung des Stellenwertsystems oder gar ohne ausgebildete Invarianz bei Mengenvorstellungen versuchen zu rechnen. Sie versuchen Ergebnisse auswendig zu lernen und überbeanspruchen so die Merkfähigkeit. Seine Forderung ist daher ein am Niveau des Schülers und an der Struktur der Sache orientierter Unterricht.[I] Seine praktische Konsequenz ist die Fundierung des Zahlbegriffs durch die Thematisierung von Objekteigenschaften, Klassenbildung und der Invarianz von Mengen. Erst auf dieser Grundlage auf der Ebene von Mengen wird die Zahl eingeführt. Und erst auf die eingeführte Zahl folgt das Operieren mit Zahlen.[II] Dieses Grundmuster ›Erst Fundieren der Mengenbasis, dann Klären der Zahl, dann operieren im Zahlenraum‹ wiederholt sich bei der Zahlraumerweiterung in den Hunderter und in den Tausenderbereich.

Da bei Kutzer alles Rechnen ein Rechnen mit ›unseren‹ Zahlen ist, müssen diese geklärt sein, bevor verständig gerechnet werden kann. Hier wird ein anderer Weg vorgeschlagen, der dadurch möglich wird, weil Zahlen eingeführt werden, die als *konkrete Zahlen* ein Abstraktionsniveau unterhalb der unserigen haben. Wo Kutzer die basierenden Grunderfahrungen an abstrakten und konkret vorhandenen Mengen vermittelt, die erst durch die Verallgemeinerung in Namen und Zeichen zu Zahlen werden, stellen die Würfel als elementarste konkrete Zahl in meinem Konzept selbst Zahlen dar, welche als Abstraktion von Anzahlen in der Umwelt gewonnen werden.[III] Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass man sich nicht mit ›Vorarbeiten‹ beschäftigen muss, bevor man endlich zum Rechnen kommt, sondern dass das Rechnen, die Lösung mathematischer Probleme, von Anfang an im Zentrum des Geschehens steht. Rechnen wird beim rechnen gelernt, und aus diesen Erfahrungen wächst allmählich ein komplexer werdender Zahlbegriff. Unsere Zahl steht beim Rechnen nicht als Voraussetzung am Anfang, sondern als Ergebnis am Ende des Lernweges. Über weite Strecken begleitet sie uns allenfalls als Notationsform.

I Kutzer 1983, S. 8-9

II Zum Beleg dieser und der folgenden Aussagen, siehe Kutzer, 1985 S. 50 ff., den Aufbau der Schülerbände 1 und 2 sowie die Übersicht ‚Groblernziele' auf der Internetseite des Kutzer-Verlages .

III Vergl. Rödler 2006, S. S. 39 ff., siehe auch die Kästen S. 84 und S. 85

Wie unnahbar abstrakte Zahlen sein können, selbst dann, wenn wir sie recht gut zu kennen meinen, zeigt folgendes kleine Experiment.

> Stellen Sie sich vor, unsere Zahlen wären das Alphabet. Wir zählten dann *a, b, c, d, e,* usw. Lassen Sie uns verabreden, nach den kleinen Buchstaben kämen die großen. Dann haben wir einen Zahlraum von über 50, den Sie dem Namen nach gut kennen. Es würde Ihnen auch keine Schwierigkeiten machen, die Zahlen vorwärts und rückwärts aufzusagen.
>
> Nun versuchen Sie bitte, die folgenden Aufgaben zu rechnen und beobachten Sie, wie Sie das tun. (Denken Sie bitte daran, dass Sie keine anderen Zahlen kennen als die Buchstaben. Sie dürfen also nicht in unsere Zahlen übersetzen und dann rechnen.
>
> f + c =   g + e =   r – f =   c x d =   A : c =

Haben Sie alle Aufgaben lösen können? War Ihnen das zu langwierig oder zu schwierig? Wie haben Sie gerechnet? Wie sind Sie an das Problem heran gegangen?

Sicher haben Sie die Finger benutzt, Strichlisten oder ein Zählmaterial, um die Zahlen fest zu halten. Man hat eigentlich keine andere Möglichkeit. Irgendwie muss man sich die Zahlen konkret machen, um sie fest zu halten und handhaben zu können.

Genauso rechnen Rechenanfänger. Genauso rechnen rechenschwache Kinder. Und genauso haben die Menschen schon vor etwa 30.000 Jahren ihre Rechenprobleme gelöst. Die Zahl, auf die wir zurückgreifen, ist eine *analoge Abbildung*, die zunächst noch ganz ungeordnet bleibt. Um die Anzahl der Stühle im Raum zu bestimmen (auch um mit ihr rechnen zu können), legt man auf jeden Stuhl einen Stein, und hinterher sammelt man die Steine ein. Der Steinhaufen ist die Zahl. Auf diesem Abstraktionsniveau kann man sagen: »So viele.«

Das Bedürfnis nach Exaktheit und Benennung ist noch im Hintergrund. Dennoch werden Dimensionen erahnbar und es werden Vergleiche möglich. Sind es mehr Kinder oder mehr Stühle? Wenn sich jedes Kind einen Stein nimmt, dann sieht man das. Reichen die Steine? Bleiben welche übrig? Oder geht es genau auf? Die Steine bilden als *konkrete Zahl* das *Rechenmittel.*

Interessant an diesem Beispiel ist zweierlei: Erstens wird deutlich, dass das Problem und seine Lösung nicht vom Zahlraum abhängig ist. Da wir die Zahl der Steine nicht durch abzählen in eine abstrakte Zahl übersetzen müssen, bleibt unerheblich, wie viele es sind.

Zweitens müsste man die Wirklichkeit bei diesem Problem nicht einmal in eine Zahl verwandeln. Man könnte unterhalb jeglicher Abstraktion mit der Wirklichkeit selbst rechnen, indem sich jedes Kind auf einen Stuhl setzt. Es gibt also ein Rechnen unterhalb jeglicher Zahl. Auch das ist ein wichtiger Aspekt, der im Bereich des Sachrechnens von Kindern mit kognitiven Einschränkungen ebenso Beachtung verdient wie bei Rechenanfängern. Denn sogar ohne jegliche Übersetzung der Anzahl finden im Handeln Struktur bildende Erfahrungen statt. Wie kann man Anzahlen vergleichen, die völlig unterschiedliche Elemente haben? Was heißt ›mehr‹ oder ›weniger‹? Was heißt ›gleich viel‹? Unter der Fragestellung ›Wie viele?‹ entsteht der an Anzahlen interessierte Blick, der jeglichem Rechnen voraus gehen muss. Und es klärt sich in der Erfahrung die Invarianz.

Dem Bedürfnis nach Festhalten der Anzahlen, nach ikonischer Abbildung oder weiterer Symbolisierung (also einem Zahlzeichen) kann zum Beispiel durch Strichlisten Rechnung getragen werden. Für jeden Stein einen Strich. Wieder die Erfahrung der analogen Abbildung, welche die Anzahl erhält. Die ältesten Zahldarstellungen der Menschheit haben als gekerbte Knochen diese Form und diese innere Zahllogik. Jedes zusätzliche Element ist einfach ›Eines mehr‹. Und auf dieser Ebene kann man rechnen.

IIIII + III = IIIIIIII

(Genauso haben Sie vermutlich ›f + c = i‹ gerechnet!)

Stellen wir in dieser Phase die Zahl als Zeichen oder Name in den Vordergrund, fixieren wir unter Umständen das Kind auf die Vorstellung, der Wert oder die Anzahl wäre eine Eigenschaft dieser Zahl. Die Kinder lernen dann Zahlen als Vokabeln. Doch aus den Zahlnamen und Zahlzeichen erschließt sich deren nützliche, auf dezimaler Bündelung beruhende, Struktur nicht. Zumindest nicht, solange man sich in kleinen Zahlräumen bis 20 oder gar nur bis 10 bewegt. Die abstrakt bleibenden Zahlen drängen aus sicher heraus nach keiner Ordnung oder Gliederung.

Akzeptieren wir dagegen, die innere Logik des Abzählens und erlauben den Kindern, die Zahlen in Würfel zu übersetzen und auch als Strichlisten zu notieren, so zeigt sich bei diesen *konkreten Zahlen* ein entscheidender Nachteil, der zum Vorteil wird: Die als Strichlisten oder Würfelhaufen gegenständlich gewordenen konkreten Zahlen werden bei größeren Anzahlen unübersichtlich. Aber hier gilt: *Die Übersicht geht nicht im Kind, sondern vor dem Kind verloren.* Beim einzelnen Kind und in der Klasse entsteht ein Problem. - Und damit das Bedürfnis nach einer Lösung. Zumindest entsteht die Einsicht in die Zweckmäßigkeit von Verbesserungen, die man an dieser Stelle als Lehrer ins Spiel bringen kann.

Die auf der Hand liegende Verbesserung ist das Bemühen, durch *Ordnung* Übersicht zu gewinnen. Mit diesem Mittel haben schon die Ägypter ihre Zahlen lesbar gehalten. Nie mehr als vier in einer Reihe.[IV]

IIII II + III = IIII IIII I

Heute finden wir diese Idee als Querstrich für den fünften Wert auf jedem Bierdeckel.

~~IIII~~ I + III = ~~IIII~~ IIII

IV Ifrah 1987, S. 232

Übersicht durch Ordnung kann unterstützt werden, indem man im Unterricht bei Additionen rote und blaue Würfel nimmt.

2 + 3 =

4 + 3 =

Die Fünf entsteht hier aus der ›2‹ und der ›3‹, aber während bei den meisten Rechenmitteln wie dem Kugelrahmen oder auch dem ›Kutzer-Zug‹ die Summanden im Zuge der Addition verschwinden, bleiben sie bei diesem Material optisch erhalten. Neben der Addition (die im Einzelfall noch ganz abzählend vorgenommen werden mag), werden indirekt Zahlbilder und Zerlegungen geübt. Zahlen werden als etwas in sich strukturiertes sichtbar. Und Zahlen entstehen als Ganzheiten. So erweitert sich das zunächst noch auf ungeordnete Einzelelemente und an der linearen Zahlreihe orientierte primäre Zahlkonzept.

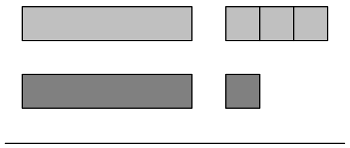
Auf diesem Niveau der Zahl als analoger geordneter Abbildung verbleiben (mit Ausnahme einiger Montessorimaterialien) alle in der Schule üblichen Rechenmittel. Der Kugelrahmen, das Hunderterfeld, die Perlenschnüre, der ›Kutzer-Zug‹, sie alle lassen die Einzelelemente bestehen und schaffen Übersicht und Klarheit durch Ordnung. Durch Ordnung nach Zehnerreihen und teilweise nach Fünfermustern. Immerhin ist beim ›Kutzer-Zug‹ noch die nächste Stufe mit präsent, die der *konkreten Bündelung.*

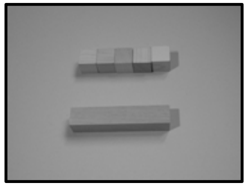
Von *konkreter Bündelung*[V] spreche ich, wenn aus der nur geordneten Menge neue dimensionsgleiche Objekte hervor gehen. Beim ›Kutzer-Zug‹ sind das die Holzblöcke, welche die Dimension von 10 Würfeln, aber eine andere Form haben. Diese Blöcke repräsentieren anschaulich und offenkundig 10 Würfel, aber es sind eben keine 10 Würfel. Das hat einen doppelten Vorteil: Erstens wird es möglich, auch größere Anzahlen rationell zu legen und zu erkennen, was das handelnde Rechnen unmittelbar erleichtert. Zweitens wird bei Aufgaben mit Übergängen erstmals die Erfahrung der Bündelung als Problematik unübersehbar. Wenn ich etwa von Zwölf Fünf weg nehmen möchte, muss ich erst einen Block durch umtauschen auflösen. Das macht mir deutlich, dass ich zwar Blöcke untereinander wie Würfel handhaben kann (20 + 30 = 50 wie 2 + 3 = 5), dass aber die Blöcke eben doch etwas anderes sind als die Würfel. Die Bündelungsebenen stehen nicht unverbunden nebeneinander, sondern haben etwas miteinander zu tun. Anders als etwa der Kugelrahmen zwingen mich die Blöcke, den Zehner wirklich zur Kenntnis und die Erfahrung in mich aufzunehmen.

Allerdings hat eine Bündelung nach Zehnern, wie sie der ›Kutzer-Zug‹ vornimmt, den Nachteil, dass sie das Rechnen bis 10 als sicher und die Zahlen bis 10 als gefestigt voraussetzt. Beides ist bei rechenschwachen Kindern, die im Zahlraum bis 20 rechnen sollen, oft noch nicht gegeben. Deshalb bevorzuge ich die Arbeit mit Würfeln und Fünferstangen, was die ›Kraft der Fünf‹ nutzt, Zahlen zwischen Fünf und Zehn als

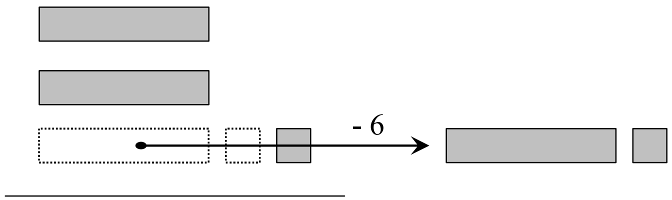
V Rödler 2006, S. 62-65

strukturiert sichtbar macht (7 = 5+2, 9 = 5+4, etc.) und bei Aufgaben mit Fünferübergang die Zerlegungen der Fünf schult.[VI]





8 + 6 = 14



17 – 6 = 11

Diese Form des Rechnens macht deutlich, dass sich der Zehnerübergang mangels Zehner an dieser Stelle des Rechnens im Zahlenraum bis 20 noch gar nicht zwingend stellt. Die Zahlen dürfen durchaus noch naiv im Bild einer Reihe aufgefasst werden; - wenn nur die Anschauungsbilder dieser Zahlen strukturierte Bilder sind.

Die beiden Aufgaben zeigen deutlich, wie das Rechnen mit konkreten Fünfern einerseits anschaulich bleibt und andererseits Zahlbilder verankert, die dem Kind helfen, ein rein abzählendes Lösen zu überwinden und seinen Zahlbegriff im Blick auf Strukturierungen zu entwickeln. Das ist die zentrale Aufgabe auf dieser Stufe des Rechnenlernens und der Zahlbegriffentwicklung.

Erweitert man den Zahlraum weiter, das heißt, will man Aufgaben lösen, welche die 25 überschreiten, wird die Anzahl der gelegten Fünfer selbst wieder unübersichtlich. Statt aber nun eine neue Fünferbündelungsebene einzuziehen, also die ›*Idee der Bündelung*‹[VII] zu thematisieren, halte ich es für sinnvoll, an dieser Stelle zu Zehnern überzugehen, die zu unseren Zahlnamen passen, so dass sich das Erlernen der Zahlnamen und das handelnde Rechnen unterstützen können. Allerdings sind auch diese Zehner als Zehnerstäbe *konkrete* Zehner. Aufbauend auf das handelnde Rechnen mit Würfeln und Fünferstangen kann diese Erfahrung vor dem Hintergrund eines nun

VI Rödler 2006, S. 73 ff.
VII Rödler 2006, S. 150 ff.

gefestigten Kopfrechnens im Zehnerbereich auf Einer und Zehnerstäbe übertragen werden. Und nun macht es auch Sinn, den Zehnerübergang gezielt zu behandeln und zu routinisieren.[VIII]

Kutzer konfrontiert die Kinder bei der Erweiterung des Zahlraumes auf den Hunderter mit anderen Zahlsystemen, weil er glaubt, das Rechnen mit Zehnern sei verständig nur möglich, wenn die Bündelungsidee und das Positionssystem begriffen sei.[IX] Damit die Zahlen nicht naiv verstanden, sondern die Bündelungsebenen in den Blick gerückt werden, führt er eine positionsbezogene Sprechweise ein. Statt »vierundzwanzig« liest er »2-4«. So aber entstehen aus meiner Sicht Kunstprodukte, die wenig motivierend wirken und alleine unter didaktischer Sicht eine Existenzberechtigung haben.

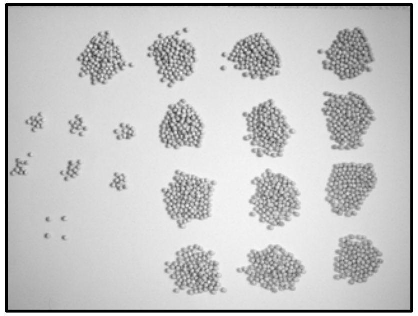
Auch in meinem Konzept wird an dieser Stelle mit Bündelungen gearbeitet. Aber weil diese in Zehnerstäben konkret handhabbar sind und weil keine zweite, darüber liegende Bündelungsebene existiert, setzt das handelnde Rechnen auf diesem Niveau noch kein tieferes Verständnis des Positionssystems oder von Bündelungsebenen voraus. Ähnlich wie das rechnen im Zahlenraum bis 20 den Zehner nicht erfordert, erfordert das Rechnen bis 100 noch nicht die ›Idee der Bündelung‹. Es wird akzeptiert, dass die Mehrzahl der Kinder noch immer auf einem inneren Anzahlkonzept rechnen, das ganz im Konkreten verwurzelt ist. Lediglich eine Schreibkonvention ist zu beachten, dass nämlich erst die Zehner und dann die Einer geschrieben werden. Hier kommt die Position zum tragen. Im Material selbst spielt sie keine Rolle.

Die *Idee der Bündelung* kommt erst ins Spiel, wenn der Zahlraum in den Tausenderbereich erweitert wird, so dass die wiederkehrende Idee ›Immer 10 Elemente ergeben eine neue Bündelungsebene‹ erstmals in der Wiederholung (Zehner – Hunderter – Tausender) erfahrbar wird. Dies geschieht nach meinem Konzept zunächst durch einen Rückschritt hinsichtlich des Abstraktionsniveaus.

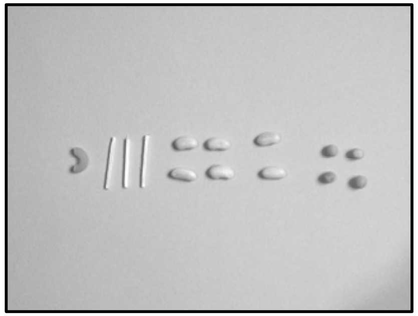
Große Mengen (wie eine Tüte Erbsen) werden gezählt. Und diese Erbsen lassen sich auch benutzen, um in der Umwelt große Anzahlen abzubilden.[X] Wie Anfangs die Würfel auf dem Stuhl, kann man die Anzahl der Pflastersteine im Hof bestimmen, indem man auf jeden Pflasterstein zunächst eine Erbse legt und diese Erbsen dann in einem zweiten Schritt einsammelt. So erhält man eine analoge Abbildung der Anzahl, die man in die Klasse holen kann.

VIII Zu geeigneten Aufgabentypen an dieser Stelle, siehe Rödler 2006, S. 78-82
IX Vgl. Kutzer 1985 S. 162ff zu 1981 S. 39 ff sowie 1985 S. 61-65
X Rödler 2006, S. 66, S. 89-94 und S. 150-154

Diese große Anzahl wird durch geordnetes Auflegen sichtbar gemacht. Zehnerhaufen werden gebildet, und je 10 Zehnerhaufen werden zu einem Hunderterhaufen zusammengeschoben. So entsteht eine selbst im Tausenderbereich erkennbare Anzahl. Theoretisch (und praktisch !) kann man mit diesen Haufen rechnen. Wenn etwa eine Gruppe ihr Ergebnis auflegt und eine zweite das ihrige daneben, so lässt sich die Gesamtzahl durch Zusammenlegen bestimmen.



Offensichtlich praktikabeler ist es aber, an dieser Stelle mit unterschiedlich wertigen Zählelementen *symbolische Bündelungen* einzuführen, wie sie historisch vor etwa 5000 Jahren entstanden sind.[XI] Für uns haben 10 Erbsen den Wert einer Bohne und 10 Bohnen den Wert eines Holzstabes. 10 Holzstäbe wiederum lassen sich in eine Nudel umtauschen. Und wir stellen fest: Diese Umtauschregel macht die große Zahl plötzlich ganz handlich.



Aufbauend auf den Rechenerfahrungen mit ›konkreten Bündelungen‹ lassen sich nun mit diesen unterschiedlich wertigen Gegenständen nicht nur Additions- und Subtraktions-., sondern auch Multiplikations- und Divisionsaufgaben im Tausenderbereich hervorragend lösen.

Die Sache wird handhabbar und durchsichtig, weil die in den Ziffern und im Stellensystem versteckten unterschiedlich wertigen Bestandteile der Zahl, also die Bündelungsebenen, plötzlich sinnlich vor uns liegen.[XII]

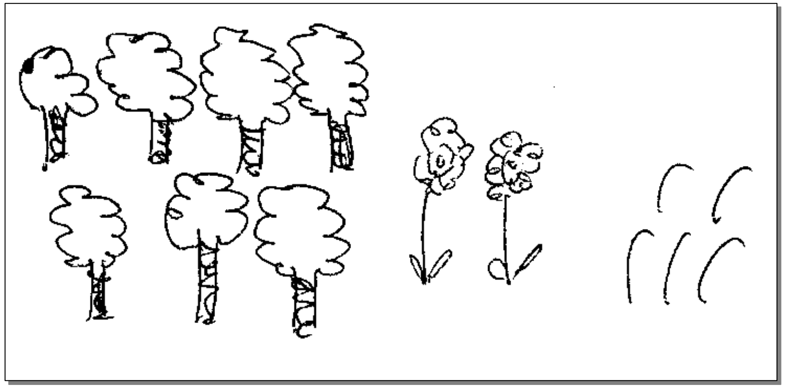
Auf der Ebene der *symbolischen Bündelung* erfahren die Kinder beim Rechnen etwas Zentrales und bisher kaum Beachtetes: Zahlen sind Konventionen! Es sind Kunstprodukte, die dienen sollen. Der Wert ist in ihnen nicht versteckt, sondern wird ihnen von uns zugesprochen. Wir erschaffen die Zahl, indem wir ihr Bedeutung geben. Das wird noch deutlicher, wenn man die Vorgänge nicht nur handelnd ausführt, sondern auch bildlich notiert. Wenn man die in Erbsen, Bohnen und Hölzern da liegenden Zahlen malt. Dann sieht man, dass man sich sogar beliebige eigene Zeichen ausdenken könnte. Grashalme können die Einer sein, Blumen die Zehner und

---

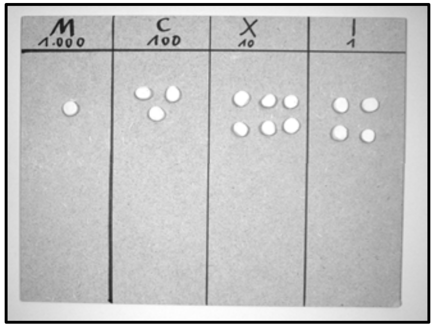
XI Bei Ifrah finden sich zahlreiche Beispiele solcher 5.000 Jahre alter ‚Calculi' aus Susa und Uruk, die ihrerseits in der Abbildung zu frühen Zahlzeichen wurden. (Ifrah S. 184 ff)

XII Rödler 2006 Vgl. S. 89 ff.

Bäume die Hunderter. Wenn die Verabredung klar ist, kann man jede so konstruierte Zahl leicht lesen. Die ägyptischen Zahlen sind ein schönes Beispiel für Zahldarstellungen auf diesem Abstraktionsniveau.



Das Rechnen mit symbolischen Werten zeigt, dass es falsch ist, wovon die bisherige Didaktik ausgegangen ist. Dass es kein konkretes Rechnen im Tausenderraum und darüber geben könnte.[XIII] Das ist nur richtig, solange man als Zahl die unseren voraussetzt und die Rechenhandlung als Veranschaulichung der beteiligten Zahlen und des Vorganges sieht. Dann ist man verführt, die Veranschaulichung konkret zu halten. Und in diesem Fall sprengen die großen Zahlen die Dimension des Anschaulichen und Handhabbaren. Erkennt man dagegen, dass die Zahl auf unterschiedlichsten Abstraktionsstufen existiert, so öffnet das den Blick für die zugrunde liegenden Stufen, auf die unser Zahlbegriff aufbaut und die den Kindern in der Arbeit mit der Kulturgeschichte abgeschauten Rechenmitteln erfahrbar werden.



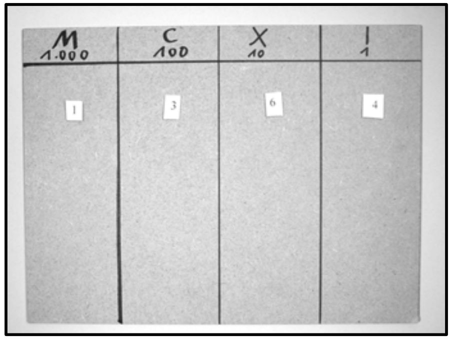
Der letzte Schritt, der aufbauend auf den Umgang mit unterschiedlichen Bündelungsebenen zu unseren Zahlen geführt hat, war die Einsicht, das die Ordnung der Werte (vom Großen zum Kleinen) es eigentlich überflüssig macht, unterschiedlich wertige Objekte zu handhaben.

Wenn die Position des Zählmittels

XIII So schreiben Schipper/Dröge/Ebeling: „Nicht konkrete Handlungen an konkreten Materialien helfen mehr, ein Verständnis für große Zahlen zu gewinnen, sondern Modellhandlungen (also nur noch vorgestellte Handlungen) an Modellvorstellungen von Materialien o.Ä. ... sind geeignet, Zahlvorstellungen auszubauen." 2000, S. 62

eindeutig bestimmt werden kann, ist damit schon die Bündelungsebene geklärt. Man braucht dann keine unterschiedlichen Gegenstände mehr.[XIV] Um diese Eindeutigkeit sicher zu stellen, führten die Römer das Rechenbrett ein, auf denen Spalten anzeigten, welchen Wert ein Stein an dieser Stelle repräsentiert.

Die Umtauscherfahrungen zwischen den Bündelungsebenen vorausgesetzt, lassen sich nun auf dem Rechenbrett erneut alle Aufgaben des Grundrechnens verständig lösen.[XV] Das Besondere des an der Arbeit mit dem Rechenbrett, ist, dass sich durch das stellenweise Legen der Zahlen untereinander die Regeln der schriftlichen Rechenverfahren fast automatisch ergeben. Diese erscheinen überwiegend als Verschriftlichungen der Handlungsvorgänge am Rechenbrett.[XVI]



Wieder gilt, wie schon auf den voran gegangenen Stufen, dass der handelnde Umgang auf einem bestimmten Abstraktionsniveau, den Zahlbegriff auf dem folgenden vorbereitet und teilweise hervorbringt. Die Zahl wird bei dem hier vorgestellten didaktischen Konzept nicht vorausgesetzt, sondern sie folgt der Erfahrung des handelnden Rechnens.

Literatur:

Ifrah, Georges: Universalgeschichte der Zahlen. Frankfurt 1987 - Kutzer, Reinhard: Mathematik entdecken und verstehen (Schülerband 1). Frankfurt 1980, 1995 - Kutzer, Reinhard: Mathematik entdecken und verstehen (Schülerband 2). Frankfurt 1981 - Kutzer, Reinhard: Mathematik entdecken und verstehen (Lehrerband 1). Frankfurt 1983 - Kutzer, Reinhard: Mathematik entdecken und verstehen (Lehrerband 2). Frankfurt 1985 - Kutzer, Reinhard: Mathematik entdecken und verstehen (Lehrerband 3). Frankfurt 1991 - Rödler, Klaus: Erbsen, Bohnen, Rechenbrett: Denken durch Handeln. Seelze 2006 – Schipper, W.; Dröge, R.; Ebeling, A.: Handbuch für den Mathematikunterricht, 4. Schuljahr. Hannover 2000 - www.kutzer-verlag.de/hauptseiten/konzeption.htlm

Anschrift des Autors: Dr. Klaus Rödler, Reuterweg 69, 60323 Frankfurt a.M.

* * *

[XIV] Zu der Entwicklung von Rechenbrettern in verschiedenen Kulturen, siehe Ifrah 1987, S. 136-162

[XV] Rödler 2006, S. 95-118

[XVI] Rödler 2006, S. 119-134