Klaus Rödler (2016)

Mathe inklusiv: Der Einstieg ins 1. Schuljahr

1. Lernen am gemeinsamen Gegenstand statt differenzierendem Unterricht

Die Forderung nach Inklusion in der Grundschule wird häufig vor allem sozialpädagogisch verstanden und umgesetzt: Wie kann man Kinder mit kognitiven Schwächen oder anderen Beeinträchtigungen so beteiligen, dass die Differenzen im Lehrgang das soziale Geschehen nicht zerreißen? Wie können parallel arbeitende Kinder zusammengeführt werden? Wie lässt sich die Individualisierung im Unterricht so gestalten, dass sie ein die Klasse als Ganzes umfassendes Prinzip ist? Wie kann die Lehrkraft in diesem heterogenen Geschehen die Übersicht behalten? Nicht nur aber vor allem auch im Mathematikunterricht besteht die Lösung oft in einem auf individuellen Lehrgängen aufbauenden Unterricht, der die selbständige Arbeit der Kinder und die gemeinsame Reflektion der jeweiligen Arbeit als tragende Säulen des Unterrichts hat. Entsprechend boomen Förder- und Forder-Hefte mit Lösungshinweisen und Selbstkontrollmöglichkeiten, die diesen ausdifferenzierenden Unterrichtsansatz bedienen.

Was dabei verloren geht, ist die Kernidee der Inklusion. Gemeinsamer Unterricht, wie es früher hieß, wollte mehr als die Kinder im gemeinsamen Raum versammeln. Die Forderung hieß einmal: Lernen am *gemeinsamen Gegenstand*! (FEUSER 2013) Aber wie kann das Rechnen zum gemeinsamen Gegenstand werden, wenn die einen Kinder schon bis 100 zählen und bis 10 oder 20 rechnen können, während andere noch keine Vorstellungen von 3, 5 oder 8 aufgebaut haben?

Ganz offensichtlich ist der übliche Einstieg (Grundlegung der Zahlen bis 10/20, Einführung der Addition, nachfolgend der Subtraktion) kontraproduktiv. Er langweilt die guten Schüler und überfordert die leistungsschwächeren. Er zerreißt das Geschehen in jene, die den Materialgebrauch verweigern, weil sie die Probleme ohne Material lösen können und jene, die eigentlich auf materielle Rechenhandlungen angewiesen sind, deren Bestreben in diesem Umfeld aber darauf zielt, diese peinliche Tatsache nicht sichtbar werden zu lassen, um die öffentliche Schmach zu vermeiden. Ein dem inklusiven Ansatz angemessener Unterricht müsste in der Einstiegsphase folgende drei Zentralforderungen erfüllen:

1. Alle Schüler müssen gleichermaßen mit etwas für sie Neuem konfrontiert sein.
2. Die Lösung der Probleme muss auf der konkreten Handlungsebene aufzufinden sein.

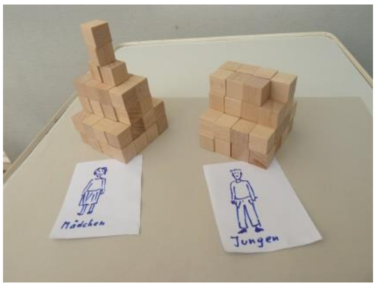
3. An den Lösungshandlungen müssen für das Rechnen zentrale Einsichten (kardinale Zahl, Zahl als Ganzheit, Operationszusammenhänge wie Tauschaufgabe und Operation/Gegenoperation) gewonnen werden können.

Diese Forderungen machen deutlich, dass die Lösung des Problems nicht in der Logik üblichen des didaktischen Vereinfachens und der kleinen Schritte gefunden werden kann. Vielmehr hilft Wagenscheins Konzept des ‚Exemplarischen Lernens‘, wo bewusst von komplexen herausfordernden Situationen ausgegangen wird, an denen aber Fundamentales zu entdecken ist. Das zeigt die Richtung, in die hin gesucht werden muss. Das Problem des geschilderten und allgemein üblichen Einstiegs ist nicht, dass er für einige zu schwer ist und die Unterstützungssysteme nicht ausreichen, sondern dass er zu wenig Komplexität enthält. Nur was hinreichend komplex ist, kann zum gemeinsamen Gegenstand werden! (Ausführlich in RÖDLER 2015) Nur was hinreichend komplex ist, erlaubt *Selbstdifferenzierung* durch unterschiedliche Formen des Zugreifens. (RÖDLER 2016a, S. 19f.)

2. *Die Multiplikation als Einstieg ins Rechnen*

Für den Einstieg ins Rechnen bedeutet das, die Reihenfolge, in der die Operationen eingeführt werden, grundlegend zu vertauschen. Am Anfang stehen nun Multiplikation und Division, weil diese Aufgaben auch gute Schüler zum Materialgebrauch zwingen und gleichzeitig die kardinalen Zahlbausteine bis 4 als Ganzheiten fundieren. Es folgt die Subtraktion, weil diese hilft, nicht in Zählprozesse zurückzufallen, sondern das entwickelte Bausteindenken im Blick auf das Kopfrechnen zu nutzen. Und als Letztes kommt die Addition, bei der nach dieser Vorarbeit ein deutlich geringeres Risiko besteht, dass Kopfrechnen mit Zählprozessen gleichgesetzt wird, was bei nicht wenigen Kindern sonst noch im zweiten Schuljahr der Fall ist. Insofern dient diese Umkehrung in der Reihenfolge nicht nur der Inklusion. Sie wirkt auch präventiv im Blick auf die Verfestigung des zählenden Rechnens und die Entwicklung einer Rechenschwäche.

<u>Abb. 1:</u> Konkrete Zählanlässe



So viele Mädchen und Jungen sind an der Schule.

<u>Abb. 2:</u> Forschung an Gebäuden

Gebäude A hat weniger Würfel als Gebäude B.

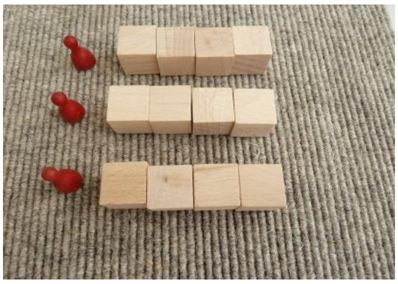
Gebäude B hat 2·3+2·3+2+1 Würfel.

Wie dieser Aufbau des Rechnens im Unterricht durchgeführt werden kann, wird hier ausgeführt. Nicht dargestellt werden aus

Platzgründen die konkreten Zählprojekte (Abb. 1), die parallel ebenso stattfinden wie die Forschungen an Gebäuden (Abb. 2). Beides unterstützt den Aufbau eines kardinalen, Zahlbausteine nutzenden Zahlkonzepts, das die notwendige Voraussetzung für eine Ablösung vom zählenden Rechnen darstellt. (Ausführlicher in RÖDLER 2016a, S. 89 ff., S. 110-114 und 2016b)

Wo finden sich Multiplikationen in der Wirklichkeit? Im ersten Schritt kommt es darauf an, aus dem Alltag bekannte Situationen wie z.B. ‚2 Kinder, jeder hat 3 Stifte' sprachlich zu kodieren („Jeder hat ‚Drei'. Einmal Drei, Zweimal Drei.) und über die Schreibweise (2·3 Stifte) zu informieren. Der Term soll als Handlungsauftrag verstanden werden und die Handlung soll in Worte gefasst und symbolisch festgehalten werden. Dabei lernen die Kinder, dass hinter Rechnungen konkrete Handlungen stecken und alltägliche Prozesse sich mit den Zeichen der Mathematik aufschreiben lassen. (Das linke Gebäude in Abb. 2 kann zu Beispiel nach dem Term 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2 gebaut werden.)

<u>Abb. 3:</u> Die Multiplikation auf dem Rechenteppich



3·4 = 12

Im zweiten Schritt wird der aus dem Alltag bekannte Vorgang in der Klasse mit den Holzwürfeln, die als Zähl- und Rechenmittel verwendet werden, durchgespielt werden. (3·4, das heißt es kommen drei Kinder nach vorne und jeder nimmt sich vier Würfel.) Im dritten Schritt wird dieses Handlungsgeschehen auf den Rechenteppich übersetzt, der die Handlung analog abbildet. Halmakegel repräsentieren dabei die Kinder. (Abb. 3) Dieses Rechnen auf der Abstraktionsstufe *‚analoge Abbildung'* steht am Anfang. Hier werden die Handlungsmuster der vier Grundrechenarten kennengelernt, die sich im Fortgang des Lehrgangs durch die Einbeziehung *konkreter Bündelungsobjekte* (5er-/10er-Stangen) und *symbolischer Bündelungsobjekte* (Geldmünzen/Erbsen-Bohnen-Nudeln) sowie durch die Übersetzung auf das römische Rechenbrett *(konkretes Stellenwertsystem)* mit ansteigendem Abstraktionsniveau wiederholen. So entstehen im Fortgang didaktische Schleifen, die es auch leistungsschwächeren Schülern erlauben, handlungsorientiert zu einem immer mehr an abstrakten Strukturen orientierten Zahlkonzept vorzudringen. (Siehe RÖDLER 2006)

3. *Lernziele und strukturelle Einsichten*

Bei dem Einstieg über die Multiplikation geht es nicht um das Lernen und Automatisieren des kleinen Einmaleins! Das Ziel ist nicht zu wissen, dass 3·4=12 ist. Vielmehr ist es Anfang der ersten Klasse das

Ziel, die Zahlbausteine Eins, Zwei, Drei und Vier (auch Null) zu verankern, um in diesem ersten Zahlbereich das Konzept der kardinalen und invarianten Zahl zu festigen. Dies geschieht bei Multiplikationen, wenn bei den Aufgaben darauf geachtet wird, dass der wahrnehmbare Bereich bis maximal 4 in den Faktoren nicht überschritten wird. Anzahlen ab Fünf sind nämlich nicht mehr auf einen Blick erfassbar. Sie erfordern einen Zählprozess. Die Feststellung der kardinalen Bedeutung ist bei Mengen ab 5 an einen Zählprozess gebunden, wodurch typische Invarianzprobleme entstehen. (Eine veränderte Raum-Lage verunsichert das noch nicht invariante Kind, weshalb es sich der kardinalen Qualität nachzählend versichern muss.) Im Bereich bis 4 spielt die Raumlage dagegen keine Rolle und können auch Kinder ohne jedes Zahlwortwissen entscheiden, wo mehr, weniger oder gleich viele Würfel liegen. Das heißt, sie können den Unterschied von III und IIII rein visuell erkennen.

Die Zahlworte ‚Drei' und ‚Vier' werden bei diesem Vorgehen als *Zahlnamen* kennengelernt. Es sind Namen für Unterschiedliches so wie ‚Mama' und ‚Papa'. Sie werden ausdrücklich nicht aus der Zahlwortreihe abgeleitet, was jene Kinder inkludiert, die Probleme mit dem Aufbau der Zahlwortreihe haben. Die Zahlwortreihe entsteht erst im zweiten Schritt aus der Ordnung der benannten Quantitäten nach der Größe.

Kindern, die noch ganz am Anfang stehen und Probleme mit der Symbolisierung haben, steht in dieser Phase des Anfangsunterrichts eine Zahlzeichentabelle zur Verfügung (Abb.3), die den Würfelanzahlen durch das Auflegen der Würfel die richtigen Zahlzeichen zuordnet, so wie eine Anlauttabelle das bei den Lauten tut.

Abb.4: Die Zahlzeichentabelle

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Bei der Multiplikation 3·4= werden die Zahlbausteine 3 und 4 kennengelernt und wird insbesondere die kardinale Bedeutung der 4 durch das dreifache Auflegen gefestigt. (Siehe Abb. 3) Durch die Rechenhandlungen bis maximal 4·4 können sich damit alle protoquantitativ wahrnehmbaren Zahlbausteine (1 bis 4) festigen. Daneben wird die Zahlwortreihe bis 16 kennengelernt sowie die Schreibung der Zahlen dieses Zahlbereichs geübt.

Ferner lässt sich an den Rechenhandlungen feststellen, dass und untersuchen, warum Tauschaufgaben (3·4 / 4·3) das gleiche Ergebnis haben. Parallel lernen die Kinder durch die Arbeit mit Gebäuden die Zeichen der Mathematik als Schrift kennen, zum Beispiel wenn der Term 2·3 + 2·3 + 2 + 1 als Handlungsanweisung zum Bau des rechten Gebäudes von Abb. 2 verwendet wird oder wenn aus Zählanlässen gewonnene Gebäude durch Terme beschrieben und nachgebaut werden. (RÖDLER 2016b, S. 28-40)

Der Einstieg über die Multiplikation wird durch die Einführung der Division fortgesetzt. Wieder wird eine vorgegebene Aufgabe im ersten Schritt als konkrete Handlung interpretiert. (12:3= bedeutet: 3 Kinder teilen sich 12 Würfel. Wie viele bekommt jeder?) Auf diese Übersetzung in ein wirkliches Geschehen folgt die *analoge Abbildung* der Handlung auf den Rechenteppich. Dabei zeigt sich Erstaunliches! Das Schlussbild der Division 12:3= ist identisch mit der Anfangsstellung der Multiplikation 3·4. (Abb. 3) Ganz automatisch zeigt die Rechenhandlung den operativen Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division, der später im zweiten Schuljahr eine große Rolle beim Lernen und Automatisieren des 1x1 spielt. (12:3=4/12:4=3, weil 3·4=12 und 4·3=12.) Die Rechenhandlungen der Division unterstützen damit nicht nur die genannten Ziele, die jetzt in der Anfangsphase von Bedeutung sind (kardinale Zahl, invariante Zahlbausteine). Sie legen auch die Grundlagen dafür, dass im zweiten Schuljahr das Einmaleins darauf aufbauend als gemeinsamer Gegenstand behandelt werden kann.

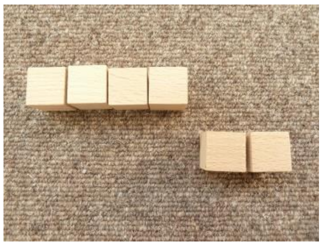
4. *Subtraktion und Kopfrechnen*

Der erste Einstieg über Multiplikation und Division hatte fachdidaktisch die Funktion, die kardinalen Zahlbausteine bis 4 zu entwickeln, die Zahlwortreihe bis etwa 20 zu festigen und die Schreibung dieser Zahlen kennenzulernen. Gleichzeitig sollten Handlungen als Lösungsmittel von Rechenaufgaben positiv besetzt und der Identifikation von Rechnen und Zählen entgegengewirkt werden. Pädagogisch ging es darum, Rechenunterricht als ein für alle Kinder der Klasse gemeinsames Erfahrungsfeld zu verwirklichen, wodurch leistungsschwächere Schüler die Möglichkeit behielten, ihren Lernprozess als gleichwertig (weil auf der Oberfläche gleichartig) zu erleben. Kopfrechnen kam bei diesem Einstieg nur am Rande vor. Diesem neuen Aspekt, den Kopfrechnen, dient die Einführung der Subtraktion als dritter Grundrechenart.

Aus Sicht der Kinder ist die Subtraktion ein ‚Wegnehmen‘. Damit diese Rechenhandlung produktiv wird, sind beim Rechnen mit den Würfeln zwei Dinge zu beachten:

1. Der Subtrahend soll nicht verschwinden, sondern zur Seite geschoben liegen bleiben. (Abb.4) Dadurch wird die Subtraktion als Zerlegung des Minuenden deutlich.
2. Damit das Konzept der Zahlbausteine fortgeführt und gefestigt wird, sollten solche Aufgaben dominieren, bei denen das Resultat und/oder der Subtrahend die Wahrnehmungsgrenze 4 nicht überschreitet.

Abb. 5: Die Subtraktion zeigt die Zerlegung des Minuenden.



6 – 2 = 4

Nur wenn der Zahlbereich, in dem subtrahiert wird, klein bleibt, lässt sich der Vorteil der Rechen-handlung gegenüber dem zählenden Lösen plausibel begründen. Die Kinder sollen merken, dass kompetentes Rechnen heißt, eine Lösung ohne Zählprozess zu wissen. (Zählprozesse sind Notlösungen, wo das Wissen noch nicht besteh.) Die Rechenhandlung hilft, dieses Wissen aufzubauen. Vor allem braucht sie kaum noch Zeit, wenn die 2 auf einen Griff zur Seite geschoben wird und die 4 auf einen Blick erfasst wird. Nur die Ausgangszahl 6 muss noch abzählend aufgelegt werden, wird aber zunehmend ebenfalls aus Bausteinen (Z.B. 2-4-5-6) aufgebaut.

Dadurch, dass die Aufgabe mit Holzwürfeln auf dem Rechenteppich gelöst wird, also mit einem homogenen, frei hantierbaren Material, spielen Raum-Lage-Probleme keine Rolle, was die möglichen Schwierigkeiten reduziert. Es ist im Prinzip egal, in welche Richtung ein Kind schiebt und von wo es wegnimmt, also, welcher inneren Logik es folgt. An den entstehenden Handlungsbildern lassen sich in jedem Fall wichtige operative Zusammenhänge thematisieren: Die Aufgaben 7-3=4 und 7-4=3 sind verwandt. Wird der eine Zahlbaustein zur Seite geschoben, bleibt der andere liegen. Das liegt daran, dass die 3 mit der 4 gemeinsam die 7 bauen.

Ganz automatisch führt die Subtraktion zur Addition. Aber dies geschieht nun nicht mehr auf der Grundlage von Zählprozessen, sondern im Blick auf das Teile-Ganzes-Prinzip, das es zu fundieren und zu festigen gilt.

5. *Festigung des Rechnens im Teile-Ganzes-Prinzip*

Die Bedeutung des Rechnens mit Zahlbausteinen wird weiter gefördert, wenn zu diesem Zeitpunkt nach 8-10 Wochen nicht der Zahlbereich, sondern das Gleichungsverständnis erweitert wird. Indem die protoquantitativ wahrnehmbaren Zerlegungen bis 5 gezielt geübt werden und dieses Zerlegungswissen gleichzeitig bei der Lösung von Gleichungen durch entsprechende Arbeitsblätter (Abb.6/ 2016b, S. 59-63) systematisch im Zahlbereich bis 5 angewandt wird, erfahren die Kinder, dass es ein Kopfrechnen gibt, das nicht auf Zählprozesse angewiesen ist. Vielmehr werden die Lösungen aus den Zerlegungsbausteinen abgeleitet. (*Teile-Ganzes-Prinzip*, Siehe: *GERSTER/SCHULTZ 2004)*

Abb.6 *Aufgaben zur 4 im operativen Zusammenhang*

2+2= __	3+__=4	4=__+1	4 – 3 = __	4–__= 1	3 = 4–__
3+1= __	2+__=4	4=__+2	4 –1 = __	4–__= 3	1 = 4–__
0+4= __	4+__=4	4=__+3	4 – 4 = __	4–__= 4	2 = 4–__
1+3= __	1+__=4	4=__+4	4 – 2 = __	4–__= 2	4 = 4–__

Rechnen ist nicht Zählen! Zählen ist legitim, aber es ist immer eine Notlösung, die zeigt, dass das Strukturwissen noch nicht hinreichend aufgebaut ist. Das können alle Kinder an diesem gemeinsamen Thema lernen.

Der Unterschied (und die Selbstdifferenzierung) bei dieser Arbeit besteht darin, dass unterschiedliche Kinder beim Rechnen sich unterschiedlich oft durch Materialhandlungen absichern und dass sie an den Aufgabenblättern Unterschiedliches lernen. Während es bei den fortgeschrittenen Rechnern schon deutlich um Automatisierungsprozesse und die Einsicht in die Bedeutung des Gleichheitszeichens geht, profitieren schwächere Rechner dadurch, dass sie ihr Zerlegungswissen im kleinen Zahlbereich sichern und zumindest bei solchen Additionsergänzungen und Subtraktionen anwenden, bei denen keine neue Interpretation des Gleichheitszeichens verlangt wird. (3+_=4, _+2=4, 4-1=_, 4-_=3) Indem dabei alle Kinder an Sicherheit beim Kopfrechnen bis 5 gewinnen und insbesondere das Zerlegungswissen bis zur 5 erwerben, bauen sie sich gleichzeitig die Grundlage dafür, um auch am nächsten gemeinsamen Schritt des inklusiven Rechenlehrgangs teilnehmen zu können: dem Rechnen im Zahlbereich bis 24 auf der Grundlage des Rechnens mit 5er-Stangen. (RÖDLER 2006, 2016a, S. 80ff., S. 121 ff. und 2016c, S.10-13, 23ff.)

Literatur:

Feuser, G. (2013) *Kooperation am gemeinsamen Gegenstand* in: Feuser, G. u.A.(Hg.) Enzyklopädisches Handbuch der Behindertenpädagogik, Bd. 7, S. 282-293 (Kohlhammer-Verlag, Stuttgart)

Gerster, H.D./ Schultz, R. (2004) Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht, (Download PH Freiburg)

Rödler, Klaus (2006) *Erbsen, Bohnen, Rechenbrett – Rechnen durch Handeln* (Kallmeyer Verlag, Velber)

Rödler, Klaus (200??/2013) Die blau-roten Würfel und Fünferstangen – *Rechnen durch Handeln* (Kallmeyer Verlag, Velber/Selbstverlag, Frankfurt)

Rödler, Klaus (2015) *Ein Mathematikunterricht für alle!-Schulische Inklusion braucht eine inklusive Fachdidaktik in: Behindertenpädagogik 4/2014, (Psychosozial-Verlag, Darmstadt)*

Rödler, Klaus (2016a) *Mathe inklusiv: Ratgeber für die 1./2. Klasse* (AOL-Verlag, Hamburg)

Rödler, Klaus (2016b) *Mathe inklusiv: Materialband 1 ‚Zahlverständnis und Operationen'* (AOL-Verlag, Hamburg)

Rödler, Klaus (2016c) *Mathe inklusiv: Materialband 2 ‚Zehnerübergang im Zahlraum bis 20'* (AOL-Verlag, Hamburg)