Klaus Rödler (2016)

Sache-Wort-Zahl

Projekte im inklusiven Matheunterricht

Sache-Wort-Zahl, das ist nicht nur der Name einer pädagogischen Fachzeitschrift, das beschreibt auch exakt den Weg, auf dem mathematisches Denken seinen Weg in die Köpfe findet. Am Anfang muss irgendeine Sache stehen. Etwas, das Anzahlen, Größen oder Muster betrifft und das so interessant ist, dass es lohnt, sich damit zu beschäftigen. Wenn man auf etwas wirklich Interessantes gestoßen ist, dann ist es natürlich, das mitzuteilen und sich auszutauschen. Dafür brauchen wir Worte. Und wenn Anzahl oder Größe dabei ein Rolle spielen, dann brauchen wir Worte, die diese Aspekte beschreiben: „Mein Turm ist viel *höher* als deiner.“ „Ich habe *viel* Geld.“ „Papa ist *etwas kleiner* als Mama.“ Zahlen und Größeneinheiten kommen dabei dann ins Spiel, wenn solche noch unscharfen (protoquantitativen) Aussagen präzisiert werden sollen. Wenn es nicht mehr um ‚viel oder wenig‘ oder um ‚mehr oder weniger‘ geht, sondern um ‚*genau <u>so</u> viel*‘ oder ‚*genau <u>so</u> viel weniger*‘.

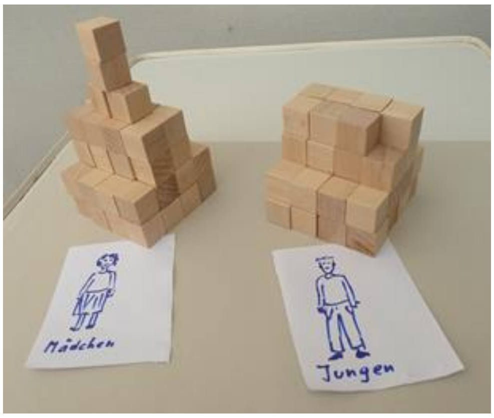
Zahlen entstanden kulturhistorisch aus dem Bedürfnis, Anzahl- und Größenaspekte genauer zu kommunizieren. Sie entstanden auf der Grundlage protoquantitativer Kompetenzen, das heißt der Fähigkeit, mehr oder weniger aufgrund des unterschiedlichen Wahrnehmungseindrucks zu unterscheiden. Nur wenn das Interesse an quantitativen Phänomenen und das Bedürfnis nach deren Präzision in den Köpfen der Kinder existiert, sind sie in der Lage einen verständigen Zahlbegriff aufzubauen. Zahlen ohne ein Interesse an den kardinalen Fakten der Umwelt geben keinen Sinn. Das wäre wie Lesen lernen, ohne zuvor die Schrift der Erwachsenen oder die Buchstaben in Büchern bemerkt und als bedeutsam empfunden zu haben. Nicht von der Zahl zur Sache, sondern von der Sache zur Zahl sollte der Weg daher führen.

Insbesondere im Anfangsunterricht ist es wichtig, komplexe Projekte zu integrieren, weil kognitiv beeinträchtigte oder aus anderen Gründen im Blick auf potentielle Rechenschwäche gefährdete Kinder wenig Eigenaktivität zeigen, diesen Blick auf Muster und kardinale Strukturen der Umwelt zu entwickeln. Ihnen fehlen die kardinalen Basiserfahrungen und Aufmerksamkeiten, an denen der Rechenunterricht anknüpfen will. Projekte, die Mathematik in das Erfahrungsfeld von Kindern bringen, gehören daher zwingend in die erste und zweite Klasse; zumal in einer Schule mit inklusivem Anspruch. Wie das aussehen kann und was sich jeweils im Blick auf die

Zahlkonzeptentwicklung lernen lässt, wird hier an drei Beispielen erläutert, die dem Materialband 5 (2016 b) aus der Reihe ‚Mathe inklusiv' entnommen sind.

1. Gibt es mehr Mädchen oder mehr Jungen auf dem Jahrgang/in der Schule?

Keine Angst vor großen Anzahlen. Zählanlässe müssen in den ersten Schulwochen und auch für kognitiv schwache Kinder nicht nach Zahlräumen begrenzt werden. Zumindest dann nicht, wenn Sie auf der Grundlage *‚konkreter Zahlen'* arbeiten. Das bedeutet, dass die Dinge, deren Anzahl festgestellt werden soll, durch analoge Abbildung in ein Zählmaterial festgehalten wird, genauso wie es die frühen Menschen vor 10.000 Jahren getan haben. Die Abbildung der Anzahl als konkrete Zahl (Abb.1) hat gegenüber der Abbildung in unsere Zahlwortreihe (siebenundvierzig Jungen/ zweiundfünfzig Mädchen) und das Aufschreiben des Ergebnis mit unseren Stellenwertzahlen (47 Jungen/ 52 Mädchen) den Vorteil, dass alle Kinder diese Zahl in ihrer kardinalen Botschaft erkennen und beurteilen können. Sie können das, weil die *protoquantitative Wahrnehmung* dafür ausreicht. Die Anschauung macht deutlich, dass es *mehr* Mädchen sind.



Protoquantitativ, das heißt ohne Abzählen, lassen sich eigentlich nur Mengen bis 4 auf einen Blick unterscheiden. III und IIII erzeugen eine unterschiedliche Wahrnehmung. Oberhalb der Vier wird dieser Wahrnehmungsunterschied unscharf. Der Unterschied zwischen IIIII und IIII ist nicht so markant. Er ist das noch weniger, wenn die Elemente nicht in Linie sondern ungeordnet dargeboten werden. Aus diesem Grund wurden die konkreten Zahlen, welche auf dem Foto die Anzahl der Jungen und Mädchen an der Schule zeigen, in Gebäuden geordnet, bei denen keine Linie mehr als vier Elemente aufweist. Nur unter dieser Voraussetzung lassen sich größere Anzahlen protoquantitativ und damit unabhängig von der Kenntnis der Zahlwortreihe beurteilen.

Zählanlässe wie das exemplarisch vorgeschlagene Projekt bringen die Klasse in ein gemeinsames Handeln. Das Vorhaben macht es, angesichts der Dimension zweckmäßig, arbeitsteilig vorzugehen. Ganz automatisch entsteht ein kommunikatives und kooperatives Geschehen, bei dem Teilergebnisse entstehen, die in der Klasse dargestellt und besprochen werden. Wenn Sie wollen, können Sie die Frage nach dem Verhältnis von Jungen und Mädchen zunächst jahrgangsweise beantworten. Sie können Fotos machen, um die Gebäude dieser Zwischenergebnisse festzuhalten.

Haben Sie reife Kinder in der Klasse oder führen Sie das Projekt etwas später im Schuljahr durch, können Sie die Würfelgebäude auch abzählen und/oder in nach Zehnerhaufen sortiert auflegen, so dass die dezimale Ordnung und damit die gesprochene und geschriebene Zahl sichtbar wird. Das Projekt hat durchaus Erweiterungsmöglichkeiten nach oben. Aber auch ohne diese vorausgreifenden Aspekte, die zum falschen Zeitpunkt das Risiko bergen, das gemeinsame Geschehen zu zerstören, wird im Blick auf die Zahlkonzeptentwicklung wesentliches gelernt:

- Zahlen entstehen aus analoger Abbildung der Wirklichkeit.
- Zahlen halten den kardinalen Aspekt der Wirklichkeit (die Anzahl) fest.
- In der Zahl verschwindet das Gezählte. (III kann III Kinder heißen aber auch III Fenster.)
- Zahlen sind invariant. (Das heißt, die Anzahl verändert sich nicht, wenn der Würfelhaufen zu einem Gebäude umgeordnet wird. Hinter den Würfeln steckt ja eine unveränderte Wirklichkeit!)
- Die Zahlbausteine Eins bis Vier lassen sich ohne Aufsagen der Zahlwortreine benennen.

Der letzte Punkt ist wesentlich. Die Zurkenntnisnahme von Zahlbausteinen bildet die Grundlage dafür, dass der Kopplung von Zählen und Rechnen früh entgegengearbeitet werden. Der falschen Grundannahme, dass Zahlen aus der Zahlwortreihe heraus entstehen und an diese gekoppelt sind wird früh ein anderes Modell zur Seite gestellt, auf dessen Grundlage sich das Rechnen nach dem Teile-Ganzes-Prinzip entwickeln kann, das seinerseits die Voraussetzung dafür darstellt, dass im mehrstelligen Zahlraum im Blick auf Zehnergrenzen gerechnet wird.

2. Mit Bohnen forschen

Säen und Pflanzen sind Tätigkeiten, die in der Grundschule verbreitet durchgeführt werden. Selten wird dieses für die Kinde interessante Geschehen unter die mathematische Lupe genommen. Dabei lassen sich viele Fragen stellen, die zu mathematisch relevanten Erfahrungen führen:

- Wie lange dauert es, bis eine Bohne keimt? Geht das bei allen Bohnen gleich schnell?
- Wie lange dauert es, bis aus einer Bohne eine Pflanze geworden ist?
- Wächst eine Bohnenpflanze immer gleich viel? Hört sie sie irgendwann auf, weil sie erwachsen ist?
- Wo wächst die Bohnenpflanze eigentlich? (unten/oben/überall?)

All diese Fragen lassen sich auf dem Niveau einer inklusiven ersten Klasse beantworten, wenn Sie den Hinweis von den Zahlen auch bei den Größen beherzigen: Arbeiten Sie mit *analogen Abbildungen*!

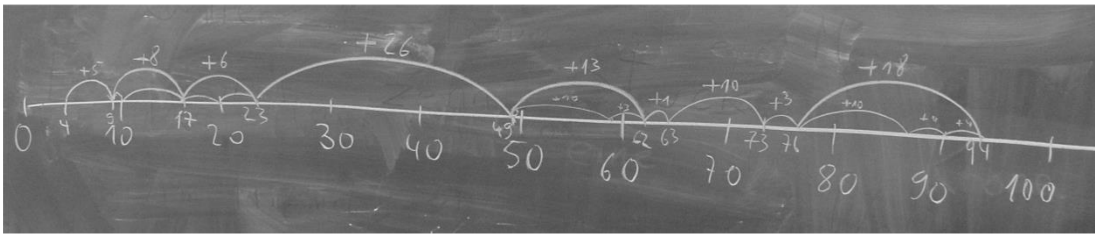
Wie es bei Zählaufgaben nicht verboten ist zu zählen und die geschriebenen Zahlen festzuhalten, so ist es auch hier nicht verboten, Längen in Meter und Zentimeter zu messen und aufzuschreiben. Im Gegenteil, es geht ja genau darum, die Lebenswelt der Kinder zu erweitern und unsere kulturell verankerten Formen in das Blickfeld der Kinder zu bringen. Allerdings dürfen Sie nicht davon ausgehen, dass alle Kinder verstehen, dass 1 m 5 cm mehr ist als 95 cm oder gar dass die Bohne hier weniger gewachsen ist als von 35 cm bis 50 cm. Dies erfordert ein Denken in dezimalen Wertebenen und ist daher im ersten Schuljahr nur wenigen Kindern möglich zu verstehen. Damit alle Kinder nicht nur an den Handlungen rund um die Bohne, sondern auch bei der mathematischen Auswertung kompetent beteiligt sein können, muss die Größen-Notation der Höhe von der Darstellung in analoger Abbildung begleitet werden. Auf die Bohnenpflanze bezogen bedeutet das: Jeden Tag wird die Bohnenpflanze nicht nur mit dem Zollstock abgemessen, sondern es wird auch ein Papierstreifen von der Länge der Bohne abgeschnitten und aufgehängt. (Abb.2) So dokumentiert sich für alle sichtbar, wie die Bohne immer weiter wächst. Und zugleich entsteht ein Bild für die beim Abmessen größer werdenden Zahlen.

Auch die Frage, wo die Bohne wie stark wächst, lässt sich durch analoge Abbildung darstellen, wenn an der Ranke verschiedene Stellen im gleichen Abstand markiert werden. Halten Sie sich diese Abstände analog auf Papierstreifen fest. Dann können Sie die Abstände auf den Streifen nach einer Woche mit denen an der Bohne vergleichen. So können die Kinder deutlich erkennen, welche Stellen an der Bohne sich wie stark verändert haben.

Begleiten Sie Keimversuche durch Beobachtungstabellen! Mit Strichen oder mit Zahlzeichen tragen die Kinder täglich ein, wie viele Bohnen schon gekeimt sind oder wie viele Pflanzen sich im Blumenkasten zeigen. Ganz einfach lassen sich aus diesen Tabellen Diagramme entwickeln. Wenn sie pro Keim ein Kästchen nehmen, arbeiten Sie erneut auf der Stufe *analoge Abbildung*. Das Diagramm zeigt deutlich und für alle aufgrund der protoquantitativen Wahrnehmung verständlich, an welchen Tagen die meisten neuen Keime oder Pflanzen hinzugekommen sind.

Nutzen Sie die Gelegenheit, diesen Prozess auch auf den Zahlenstrahl zu übertragen. Wenn Sie 20 Bohnen genommen haben, haben Sie auf diese Weise eine schöne Einführung des Zahlbereichs bis 20 unter ordinalem Gesichtspunkt. Gleichzeitig lassen sich die Veränderungsprozesse als Sprünge auf dem Zahlenstrahl markieren, was für den Arithmetikunterricht die Notation mit dem Rechenstrich vorbereitet.

Sind Sie schon am Ende des ersten Schuljahres oder im zweiten, können Sie den in Zentimetern festgehaltenen Wachstumsprozess der Bohne auf einen Rechenstrich zu übersetzen, dessen ordinaler Charakter zum Wachstumsvorgang passt. (Abb.3)



Berechnen Sie im gemeinsamen Gespräch täglich die Sprünge, die sich durch den Wachstumsprozess ergeben und begleiten Sie diese Rechnungen durch ein geeignetes Rechenmittel. So haben Sie jeden Tag einen guten Anlass, Zehnerübergänge strukturiert zu berechnen und die Logik der Rechenschritte dabei in Materialhandlungen veranschaulicht zu thematisieren.

In diesem Projekt erweitern die Kinder ihre Grundlage in unterschiedlichsten Bereichen:

- Sie lernen die Längeneinheiten Meter und Zentimeter kennen.
- Sie Lernen Veränderungsprozesse (Anzahlveränderung, Größenveränderung) zu beachten und auf unterschiedliche Weise zu modellieren.
- Sie lernen Darstellungsformen wie Strichlisten, Tabellen, Diagramme, Zahlenstrahl, Rechenstrich kennen.
- Sie lernen Veränderungsprozesse mit Rechenhandlungen in Verbindung zu bringen.

<u>3. Forschungen an flachen Quadern</u>

Mit den 2 cm messenden Holzwürfeln, die in der Klasse als Zähl- und Rechenmittel genutzt werden, lassen sich mathematisch hochinteressante Forschungsfragen praktisch beantworten: *Welche Quader kannst du (in der Fläche, also ohne zu bauen) mit 1, 2, 3, 4, usw. Holzwürfeln legen? Gilt hier* *die Regel ‚Je mehr Würfel, umso mehr Möglichkeiten‘? Wie viele Würfel sind günstig, wenn du möglichst viele verschiedene Quader bauen willst?*

Diese Fragen behandeln implizit das Thema der Teiler einer Zahl und damit das der Primzahlen. Merkwürdigerweise gibt es auch große Zahlen, mit denen sich nur ein einziger Quader legen lässt. Im ersten Schuljahr muss man das Thema *Primzahlen* nicht vertiefen. Der erstaunlichen Tatsache kommen die Kinder unvermeidbar ganz praktisch auf die Spur. Dabei hilft es, die Anzahl der möglichen Lösungen in einer Tabelle zu notieren.

Um die Quader, die an unterschiedlichen Tischen gefunden werden, vergleichen zu können, muss über die gefundenen Lösungen gesprochen werden. Es ist notwendig, die Quader zu beschreiben, also Worte zu finden. Unvermeidlich wird dabei die Tatsache genutzt werden, dass die Quader sich (wie jedes Rechteckmuster) nach gleichen Reihen aufbauen. Die Länge (4) und die Anzahl (3) der Reihen beschreibt daher den Quader, womit wir von der Sache über die Worte bei den Zahlen, genauer bei der Multiplikation (3·4) angekommen sind. (Abb.4) Das wird für den zweiten Teil der Forschung bedeutsam, wenn die möglichen Quader in Beziehung zu ihrem Umfang gesetzt werden.

3·4

Wie groß ist der Umfang eines Quaders? Haben Quader mit gleicher Würfelanzahl den gleichen Umfang?

Um den Umfang festzuhalten und zu messen, hilft wieder der Trick mit der *analogen Abbildung*. Ein Geschenkband wird um den Quader gelegt und abgeschnitten. Das abgeschnittene Band ist eine analoge Abbildung des Umfangs. Damit zeigt sich ganz unmittelbar, ob der Umfang zweier Quader gleich ist und es ist möglich, die jeweiligen Längen mit dem Lineal zu messen.

Misst man die Umfänge verschiedener Quader, so stellt man fest, dass nur bestimmte Längen vorkommen. (8cm, 12cm, 16cm, 20cm, usw.) Um diesem Phänomen nachzugehen, lohnt es – abgesehen vom weiterem freien Experimentieren – zwei Richtungen gezielt zu verfolgen: Erstens kann gefordert werden, zu einem vorgegebenen Umfang, möglichst viele Quader zu finden. Und zweitens kann man zu einer vorgegebenen Würfelanzahl die möglichen Quader bilden und deren Umfänge festhalten und vergleichen. Bringt man die so erarbeiteten Daten in eine Gesamtübersicht, so lässt sich viel entdecken und es lassen sich neue Fragen stellen. (2016 b, S. 30-32) Da die

Antworten durch die Forschung ganz praktisch gefunden und überprüft werden können, fällt es auch eher leistungsschwachen Schülern nicht schwer, sich an diesem Gespräch zu beteiligen.

Auch bei diesem geometrischen Projekt werden für den eigentlichen Rechenlernprozess wichtige Dinge gelernt:

- Die Verbindung von Multiplikation und rechteckiger Anordnung wird kennengelernt.
- Unterschiedliche Formen der Teilbarkeit unterschiedlicher Zahlen werden erfahren.
- Primzahlen und Quadratzahlen tauchen als Sonderfälle auf.
- Die Kinder erfahren etwas über Zahlenfolgen und darüber wie ein zunächst ungeordnetes Handeln auf dem Hintergrund von Hypothesen über Zahlenfolgen zu systematischem Handeln entwickelt werden kann.

Literatur:

Klaus Rödler (2006) ‚Erbsen, Bohnen, Rechenbrett – Rechnen durch Handeln‘ (Kallmeyer Verlag, Seelze)

Klaus Rödler (2016 a) Mathe inklusiv: Ratgeber für die 1./2. Klasse (AOL-Verlag, Hamburg)

Klaus Rödler (2016 b)Mathe inklusiv: Materialband 5 ‚Projekte für die 1./2. Klasse‘ (AOL-Verlag, Hamburg)