Leitfaden: Diagnose und Förderung in der 1. Klasse

Dieser Leitfaden gibt Hinweise, wie man im 1. Schuljahr oder auch bei Fördermaßnahmen für Kinder im 1. Schuljahr den Leistungsstand überprüfen kann und auf welche Art die Förderung effektiv einsetzen kann. Dabei wird nicht entlang der Lernziele des Schuljahres diagnostiziert, sondern entlang des inneren Zahlkonzepts und den Kompetenzen in den für das verständige Rechnen grundlegenden Bereichen.
Der Leitfaden gliedert sich in vier Bereiche:

A: Klassenbezogene Ziele und zu überprüfende Kompetenzen
B: Diagnostische Tests und Beobachtungshinweise
C: Fördernde Maßnahmen
D: Tests (D1-D3)

Die in den Text aufgenommenen Hinweise auf Lehrvideos beziehen sich auf die Playlist ‚Rechenprobleme' auf meinem Youtubekanal. (Rödler eingeben, dann ‚Playlist', dann ‚Rechenprobleme')

A: Klassenstufenbezogene Ziele und zu überprüfende Kompetenzen

(kursiv und kleiner: Bei SchülerInnen mit ernsten Problemen noch nicht zu erwarten und daher in der Diagnose untergeordnete und in der Förderung nachgeordnete Aspekte)

Kardinale Zahl	(Zahl als Anzahl, Zahl als Baustein)
Teile-Ganzes-Prinzip	(Verständnis für Addition und Subtraktion im Blick auf Zerlegung, mindestens im ZR bis 6)
Zerlegungswissen	(bis 5, 6, 10*, 7-9*)
Automatisiertes Wissen	(Addition und Subtraktion bis 5/10*/20*)
Reversibler Zehner	(Bündelungskonzept, Subtraktion in Schritten)
Operationsverständnis	(Addition, Subtraktion)
Zahlwortreihe und Zahlzeichen	(bis 20/100)

B: Diagnostische Tests und Beobachtungshinweise

Das Vorhandensein des Konzepts von der **Kardinalen Zahl** überprüft man implizit beim Rechnen durch Beobachtung. Beobachtet man ein zählendes/an der Zahlwortreihe orientiertes Vorgehen oder sieht man strukturierte Überlegungen mit Zahlen als Ganzheiten? Bei Tests kann man schauen, ob ‚um 1 Fehler' vorkommen, die ein Verzählen vermuten lassen.

Das Denken im **Teile-Ganzes-Prinzip** zeigt sich an der Beobachtung beim Rechnen (Zahlbausteine oder zählend). Gezielt auch in Test D1 und D3. Schwierigkeiten bei Ergänzungsgleichungen, deutlich längere Bearbeitung bei Subtraktionsaufgaben gegenüber Additionsaufgaben, Fehler wie 3-5=2 oder 2+6=9 (um1) oder die langsame Bearbeitung von Zerlegungshäusern deuten auf eher zählende Vorgehensweisen hin.

Zerlegungswissen (bis 5, 6, 10*, 7-9)*
Bei Test D2 die Zeit messen und beobachten. Ist es insgesamt schwierig? An welcher Stelle beginnt das Kind langsamer zu werden? Gibt es Probleme, wenn die Zahl auf der rechten Seite gegeben ist? Sind es bestimmte Zerlegungen, die Zeit kosten? Wird die Zerlegung der 7 nach 6/_ genauso schnell gelöst wie 1/_?

Automatisiertes Wissen (Addition und Subtraktion bis 5/10*/20*)
Langsame oder fehlerhafte Bearbeitung von D1 und D3?

Reversibler Zehner (Bündelungskonzept, Subtraktion in Schritten)
Beobachtung beim Rechnen von Subtraktionen mit Übergang (Zählendes Rechnen? Gibt es Lösungen wie 12-5=13?) Bei der Addition kann man durch Beobachtung oder Nachfragen ermitteln, ob die Aufgabe durch Weiterzählen oder Rechnen in Schritten gelöst wird. Bedeutsamer ist aber die Subtraktion, da hier der reversible Charakter des Zehners verstanden sein muss.

Operationsverständnis (Addition, Subtraktion)
Beobachtung beim Rechnen und Zeitmessung bei Test D1 und D3. Deutlich längere Bearbeitungsdauer bei Subtraktionen deuten auf ein fehlendes Verständnis des inneren Zusammenhangs von Zerlegung, Subtraktion und Addition hin.
Fehler wie 3-5=2, Probleme bei Ergänzungsgleichungen (3+_=5 oder 5-_=1) zeigen ebenfalls ein mangelndes Verständnis für die Operation oder für deren symbolische Darstellung als Gleichung.

Zahlworte und Zahlzeichen überprüft man implizit beim Rechnen durch die Aufgabenstellung. Eventuell kann man zusätzlich einen Zollstock oder ein langes Lineal nehmen, um sich Zahlen zeigen zu lassen. Dabei kann man die Orientierung des Kindes beobachten und sieht auch, wie weit es im Zahlenraum vorgedrungen ist.

C: Interpretation von Leistungen und fördernde Maßnahmen

Meistens hängen die Probleme miteinander zusammen. Fast immer basieren sie in einem an der Zahlwortreihe orientierten Zahlbegriff (Video 3), wodurch sich keine kardinalen Zahlbausteine aufbauen konnten und daraus resultierend keine strukturierten Vorstellungen. Ohne strukturierte kardinale Zahlen kommt das Kind nicht zum Denken im Teile-Ganze-Prinzip und nicht zu einem Verständnis der Zehner-Einer-Gliederung der zweistelligen Zahl.
Da es die Operationen Subtraktion und Addition nicht in ihrem (auf der Zerlegung aufbauenden) reversiblen Zusammenhang (Umkehraufgabe) sieht, kann es erst Recht kein Konzept vom reversiblen Zehner entwickeln, das eben Erfahrung mit reversiblem Denken voraussetzt. Dadurch werden Zehner zwar eventuell in dem Sinne verstanden, dass sie zehn zusammenfassen, aber eben nicht im Sinne einer Bündelung, die man wieder auflösen kann. Rechenmittel wie Perlenketten, Rechenschiffchen und Rechenrahmen decken diesen Mangel nicht auf, da sie keine Bündelungen zeigen, sondern geordnete Einzelelemente.

Sehr selten sind diese wichtigen Grundkompetenzen durchaus vorhanden und das Problem beruht auf einem noch nicht vollständigem abrufbaren Zerlegungswissen. Dies erzwingt dann das zählende Lösen. Gerade im ersten Schuljahr scheitern viele Kinder an einem für sie zu früh thematisierten Zehnerübergang!
Gerade im 1. Schuljahr ist es wichtig, dass man hier erst einmal schaut, ob kardinales Denken und Rechnen im Teile-Ganze-Prinzip mindestens im kleinen Zahlenraum bis 5 vorhanden ist, also nur ausgebaut werden muss, oder ob die Rechnungen schon dort zählend gelöst werden. Wenn das dort nicht gegeben ist, muss man auch dort ansetzen. Ist diese Stufe sicher, kann man das Zerlegungswissen ausbauen und auch das Thema Zehnerübergang unter Verwendung von Zehnerstange und Einzelwürfel mit gemischten Päckchen der Subtraktion beginnen.

Meist lohnt es sich *gleichzeitig* (!), einerseits zunächst auf den ganz kleinen Zahlenraum (bis 5) zurückzugehen *und in der gleichen Förderstunde* auch den großen, zweistelligen Zahlenraum zu behandeln.

Im kleinen Zahlenraum kann man, wie in Video 8 gezeigt, mit Blitzerfassungsübungen *(Wie viele sind unter der Hand? 0-4 Würfel so kurz zeigen, das kein Zählen möglich ist.)* beginnen, diese auf zwei Hände ausdehnen *(Unter beiden Händen sind 0-4 Würfel. Die Frage heißt: Wo sind mehr? Weißt du, wie viele es waren?)* und dann Zerlegungen (bis 5) bestimmen lassen. *(1-5 Würfel unter die Hand nehmen. Dann im ganz schnellen Tempo immer einige rausschieben und das Kind fragen: Wie viele sind unter der Hand? Erst mit 1 oder 2 Würfel, dann mit 3, mit 4 und mit 5.)*
Das Kind soll die Erfahrung machen, dass die Bestimmung und Benennung einer Zahl NICHT an das Zählen gekoppelt ist, dass also Zahlen NICHT aus der Zahlwortreihe entstehen. Dieser Trugschluss hält manche Kinder im zählenden Rechnen.

Wenn man die Zerlegung einer Zahl übt *(Wie viele sind noch unter der Hand?)* und das z.B. mit der 3 flott geht, dann sollte man an dieser Stelle Aufgaben wie in D1 geben und zeigen, dass sich alle Lösungen der Subtraktionen und Ergänzungsgleichungen aus der Frage ‚Wie viele sind unter der Hand?' direkt ergeben.
Je kleiner der Zahlenraum, umso größer die innere Sicherheit der spontan gewussten Lösung und umso leichter der Übergang ins Denken und Rechnen mit kardinalen Zahlbausteinen nach dem Teile-Ganze-Prinzip.
Auch der reversible Zusammenhang zwischen 5-3=2 und den zugehörigen Additionen 2+3= und 3+2= ergibt sich hier schnell und leicht.
Das Kind soll verstehen, dass ‚rechnen' ein Wissen nutzt und dass ‚zählen' eine Notlösung ist, wenn das Wissen noch fehlt!

Auf dieser Basis kann man dann das Zerlegungswissen allmählich (langsam!) erweitern und darauf aufbauend das verständige reversible und operative Zusammenhänge beachtende Rechnen im Zahlenraum bis 10 aufbauen. (Video 8)

Wenn Kinder noch Probleme mit dem spontanen Erfassen von Anzahlen bis 4 haben, dann lohnt es sich, Gebäude nachbauen zu lassen. (Video 7) Eventuell kann man auch vorher solche Gebäude in Zählanlässen entstehen lassen. (Video 6) In jedem Fall muss über die ‚sichtbaren Zahlen' gesprochen werden. Das heißt, es wird nicht nur gebaut, sondern auch benannt. *Da sind 4 und nochmal 4. Oben drauf liegen 2.)* Dadurch festigen sich die Zahlworte für die spontan erfassbaren Zahlbausteine bis 4. Außerdem kann man diese Zahlzeichen und sogar die Grundidee von Operationen einführen, indem man solche Sätze als Term aufschreibt *(2·4+2)* oder auch Terme vorgibt und danach bauen lässt. *(3·4+2·4+3 im Sinne von: „Lege erst 3·4 <u>und</u> oben drauf 2·4 und dann noch oben drauf 3.)*

<u>Gleichzeitig (!)</u> mit diesem Zurückgehen auf den ganz kleinen Zahlenraum, indem die operativen Vorgänge im Sinne kardinaler Veränderung erkannt und ohne Zählprozess benannt werden können, sollte man den großen Zahlenraum (zweistellig oder sogar dreistellig) erfahrbar machen. Manches, wie die Bedeutung des Bündelns und auch des Ordnens erfährt man nämlich erst dort. Im kleinen Zahlenraum sind Aufgaben ja noch zählend lösbar, weshalb ein Kind nicht weiß, warum es 14-7= nicht genauso lösen soll, wie es vorher die Aufgabe 7-4= gerechnet hat. Wenn aber die Aufgabe 34-27= heißt, dann ist klar, dass das nicht sinnvoll durch einen Zählprozess angegangen werden kann.

Außerdem wirkt die frühe Behandlung zwei und dreistelliger Zahlen dem Gefühl von Demütigung und der Kränkung des Selbstwerts entgegen, was häufig mit

Rechenproblemen einhergeht. Die einseitige Fokussierung auf den kleinen Zahlenraum mag didaktisch Sinn geben, sie untergräbt aber das Selbstbewusstsein, unterstützt das negative Selbstbild und ist daher letztlich kontraproduktiv.
Daher ist es ausgesprochen hilfreich, wenn man große Anzahlen über dezimales Ordnen spontan erfassbar und damit zu ‚konkreten Zahlen' macht, mit denen auch ein ganz schwaches Kind sogar Aufgaben wie 34-27= verständig lösen kann. (Video 12)

Dieses dezimale Ordnen, die Benennung und Verschriftlichung der sichtbaren Anzahlen und das Nutzen solcher ‚konkreter Zahlen' für Rechenprozesse, schafft nicht nur unmittelbar Einsicht in die Zehner-Einer-Gliederung der zweistelligen Zahl. Es legt auch die Grundlage für den reversiblen Zehner und ermöglicht erste Einsicht in unsere Stellenwertschreibweise. Vor allem aber lässt sich ganz nebenher der kleine Zahlenraum bis 10 trainieren!
Während sie mit großen Zahlen handelnd rechnen, festigen die Kinder gleichzeitig kardinale Vorstellungen der als Muster gelegten Zahlen 4-9. Sie lernen die Tatsache kennen, dass es Aufgaben mit und ohne Übergänge gibt und diese unterscheiden. (Video 16 zeigt dieses ‚Filtern'.) Sie trainieren das Rechnen bis 9 (an Aufgaben ohne Übergang) und das Rechnen in Schritten an Aufgaben mit Übergang.
So lassen sich die für den Zehnerübergang wichtigen Konzepte und Denkmuster aufbauen, auf deren Grundlage man dann den Zehnerübergang im 20er-Raum durch die Verwendung von Bündelungsobjekten (erst 10er-Stange, dann 10-Cent-Münze) samt der unterschiedlichen Notationen behandeln kann. (Video 13)

Wenn ein Kind bei diesem Schritt hin zum Zehnerübergang im ersten Schuljahr noch große Schwierigkeiten hat, dann sollte man nicht drängen. Dafür hat man noch die ganze zweite Klasse Zeit.
In diesem Fall muss man abwägen, ob man eher Zerlegungswissen aufbaut, ob man den 20er-Raum nochmal auf Fünfer-Basis behandelt (Video 11) oder ob man das Kind einfach mal ganz in Ruhe lässt und ihm Zeit gibt, die vorhandenen Grundlagen zu festigen und zu sichern.

Förderung sollte nie zu einer Dauereinrichtung werden! Fünf bis allerhöchstens zehn Förderstunden sollten einen Effekt haben, mit dem das Kind auch wieder alleine laufen kann.

Und wenn die Probleme fortbestehen, dann zeigt dies, dass die Förderung nicht effektiv ist, weshalb man sie ebenfalls beenden sollte, weil eine Fortführung nur die Unzufriedenheit auf allen Seiten steigern würde. Manchmal muss ein Kind einfach auch etwas älter werden, um den nächste Schritt zu tun.

Literatur: Ratgeber Mathe inklusiv für Klasse ½ im AOL-Verlag
Material: CD 2 ‚Das 3. Schuljahr' mit Erläuterungen zu den diagnostischen Tests und Arbeitsblättern sowie einem Text über das didaktische Vorgehen in einem neu übernommenen extrem schwachen 3. Schuljahr.

D: Diagnostische Tests (D1-D3

Name: ____________________ (Klasse ___) Test **D 1**

1. Zerlegungen bis 5

2	
1	
2	
0	
	1
	0
	2

3	
1	
3	
2	
0	
	1
	0
	2
	3

4	
3	
2	
0	
1	
	4
	1
	0
	2
	3

5	
3	
2	
4	
0	
1	
	2
	1
	5
	3

2. Plus bis 5

2 + 3 = _____	3 + __ = 5	4 = __ + 2	3 = 2 + __
4 + 1 = _____	2 + __ = 4	5 = __ + 3	4 = 0 + __
3 + 1 = _____	0 + __ = 5	3 = __ + 3	5 = 4 + __
5 + 0 = _____	1 + __ = 3	5 = __ + 1	4 = 1 + __

Zeit:

3. Minus bis 5

5 – 3 = _____	3 – __ = 1	3 = __ – 1	3 = 5 – __
4 – 1 = _____	5 – __ = 3	5 = __ – 0	1 = 4 – __
3 – 3 = _____	4 – __ = 4	1 = __ – 3	2 = 3 – __
5 – 0 = _____	5 – __ = 2	0 = __ – 4	0 = 5 – __

Zeit:

Name: ______________________ (Klasse ___)

Zerlegungen bis 10

Test D2

2	
1	
2	
0	
	1
	0
	2

3	
1	
3	
2	
0	
	1
	0
	2
	3

4	
3	
2	
0	
1	
	4
	1
	0
	2
	3

5	
3	
2	
4	
0	
1	
	2
	1
	5
	3

6	
4	
2	
5	
1	
	3
	6
	2
	4

7	
7	
3	
5	
1	
	4
	0
	2
	6

8	
2	
5	
3	
8	
4	
	1
	6
	5
	3
	4

9	
5	
9	
4	
8	
0	
	4
	1
	6
	3
	7

10	
5	
9	
1	
7	
4	

10	
	8
	3
	0
	2
	6

__ Zeit

Kopfrechnen +/- bis 100 **Test D3**

Name:________________________(Klasse_____) Datum: ______________

1. Plus bis 10

7 + 3 = _____	3 + __ = 8	9 = __ + 2	8 = 2 + __
4 + 4 = _____	2 + __ = 6	6 = __ + 3	7 = 3 + __
2 + 8 = _____	4 + __ = 7	8 = __ + 6	7 = 2 + __
3 + 5 = _____	0 + __ = 9	8 = __ + 3	9 = 4 + __

Zeit:

2. Minus bis 10

9 – 3 = _____	7 – __ = 1	7 = __ – 1	3 = 8 – __
8 – 1 = _____	9 – __ = 3	5 = __ – 4	2 = 7 – __
7 – 5 = _____	8 – __ = 1	2 = __ - 6	4 = 6 – __
6 – 3 = _____	8 – __ = 4	7 = __ – 3	0 = 9 – __

Zeit:

3. Plus bis 20

12 + 3 = _____	8 + 7 = ____	5 + ____ = 20	6 + ____ = 12
14 + 4 = _____	6 + 6 = ____	7 + ____ = 20	8 + ____ = 14
3 + 15 = _____	6 + 5 = ____	13 + __ = 20	2 + ____ = 13
6 + 11 = _____	4 + 8 = ____	11 + __ = 20	4 + ____ = 11

Zeit:

4. Minus bis 20

16 – 5 = _____	14 – 7 = ____	20 – __= 16	13 – ____= 9
14 – 4 = _____	15 – 8 = ____	20 – __= 13	16 – ____= 8
18 – 6 = _____	12 – 9 = ____	20 – ____ = 5	15 – ____= 4
16 – 12 = ____	13 – 5 = ____	20 – ____ = 8	12 – ____= 7

Zeit: